**Контрольная работа №1. Математический анализ**

Орлов Александр Павлович

M3107

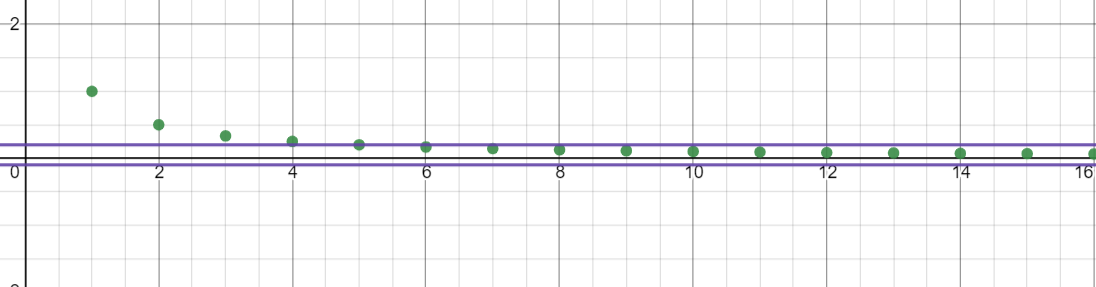
**Предел**

1. **Формулировка и иллюстрация определений**

* **Предел последовательности**

Опр

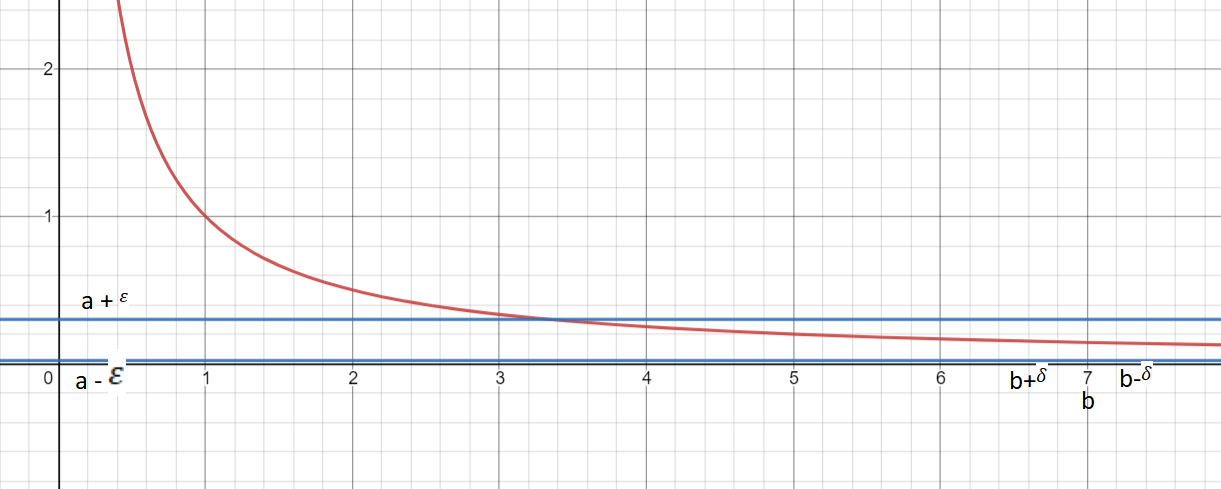
*Число называется пределом последовательности, если для любого положительного числа , сколько бы мало оно ни было, существует такой номер , что все значения , у которых номер , входят в эпсилон-окрестность точки .*



* **Предел функции в вещественной точке b**

Опр (по Коши)

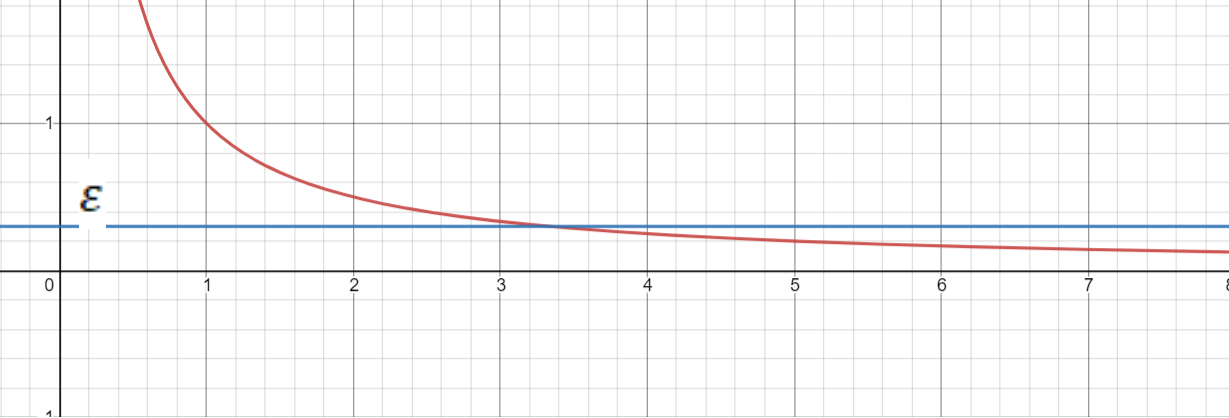
*Если функция определена на окрестности (может быть проколотой) точки , и существует число такое что для любой -окрестности точки , найдется окрестность (может быть проколотой) точки , для которой все соответствующие значения функции попадают в . Тогда говорят, что – предел при по Коши.*

**

* **Бесконечно малая (большая) в точке функция**

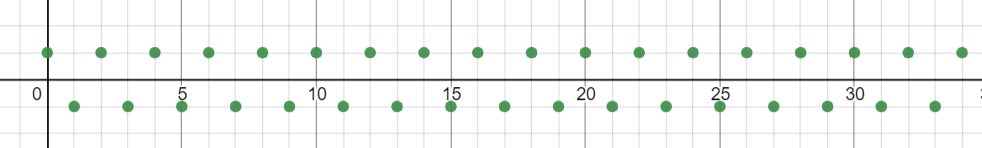
Опр

*Функция называется бесконечно малой/большой функцией, если для достаточно больших чисел, соответствующие им значения функции становятся и остаются по абсолютной величине меньше/больше сколь угодно малого наперед заданного числа .*

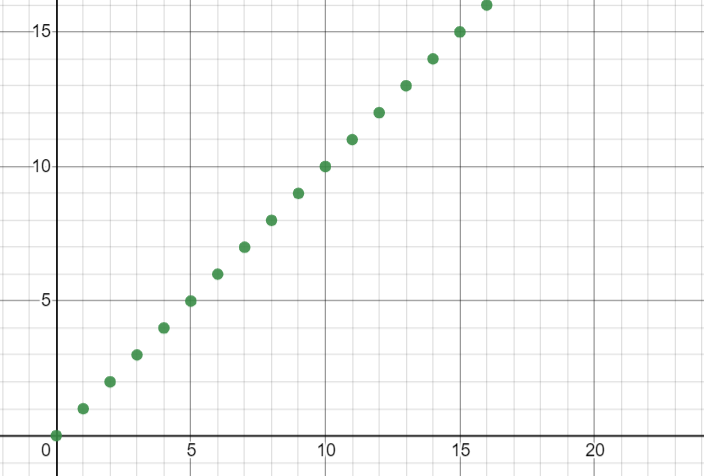


1. **Привести примеры**

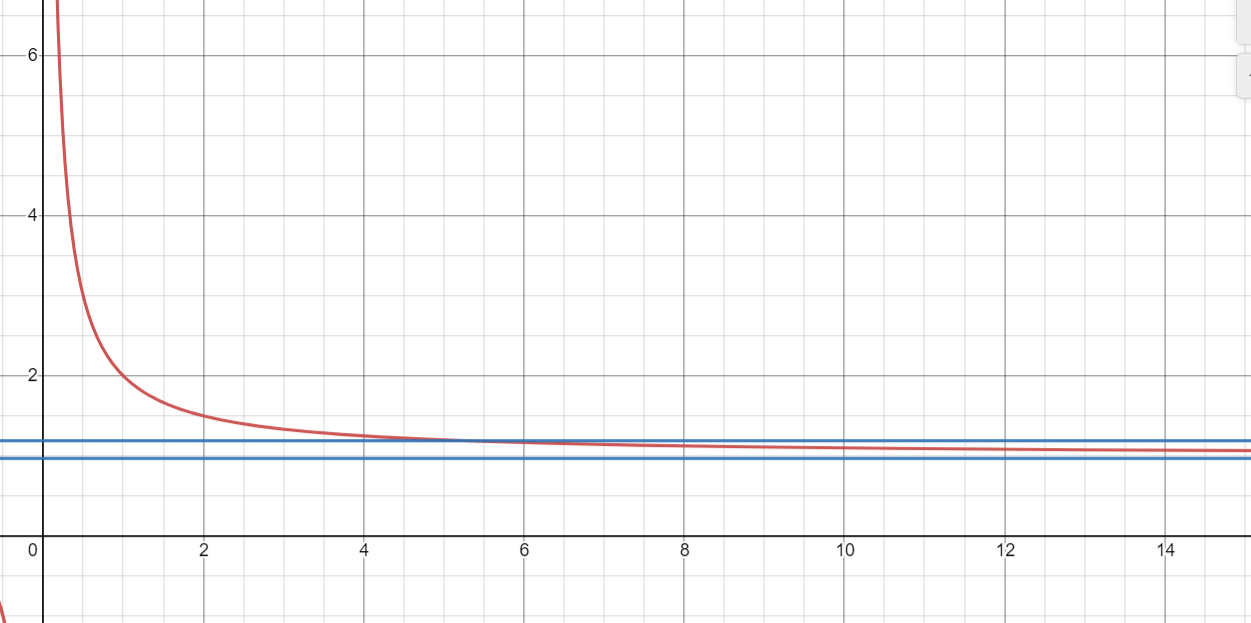
* **Последовательности, не имеющей предела**



* **Бесконечно большой последовательности**



* **Функции, имеющей конечный предел в бесконечности**



* **Бесконечно малой функции**



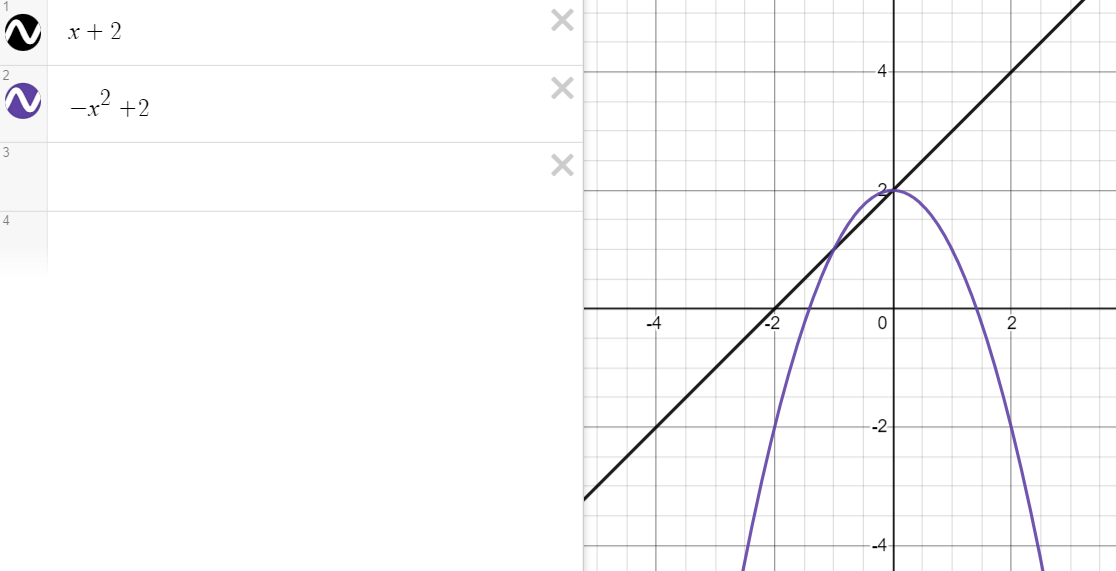
1. **Что значит, что одна бесконечно малая (большая) функция:**

* **Имеет больший порядок, чем другая**

Опр

*Если предел отношения двух БМ (ББ) функций равен нулю, то первая функция более высокого порядка малости, чем вторая*

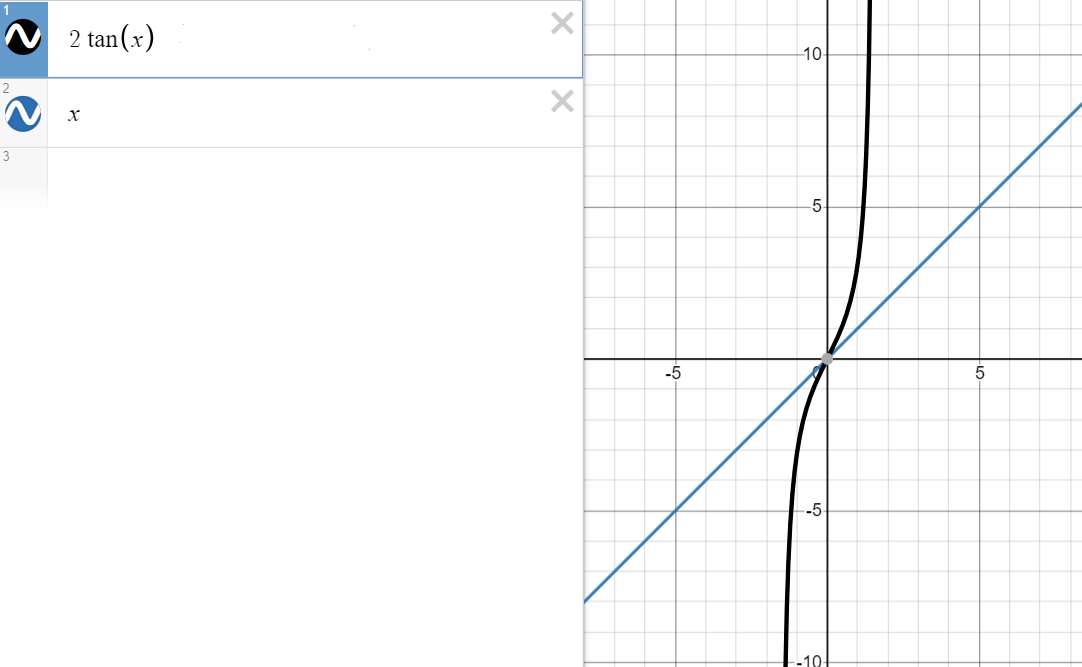
*Если предел отношения двух БМ (ББ) функций равен бесконечности, то вторая функция более высокого порядка малости, чем первая*



* **Имеет тот же порядок, что и другая**

Опр

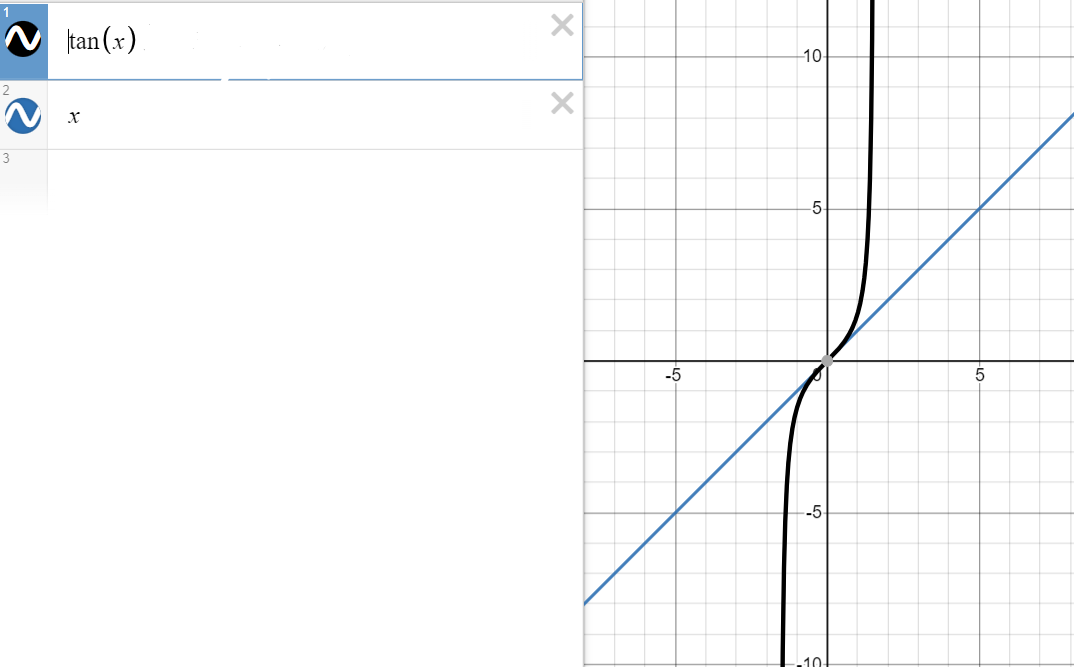
*Если предел отношения двух БМ (ББ) функций конечен и не равен нулю, то функции одного порядка малости*



* **Эквивалентна другой**

Опр

*Если предел отношения двух БМ (ББ) функций равен единице, то функции называются эквивалентными.*



1. **Привести примеры**

* **Трансцендентной функции, эквивалентной в точке a=1 полиному второй степени**

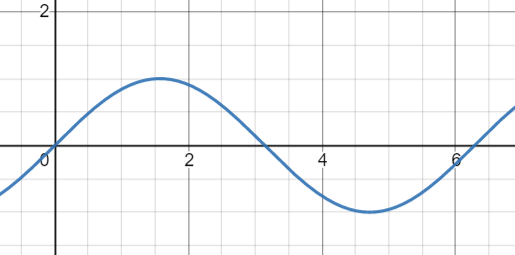
* **Бесконечно больших функций одного порядка не равного единице**

1. **Сформулировать и проиллюстрировать**

* **Определение непрерывной в точке функции**

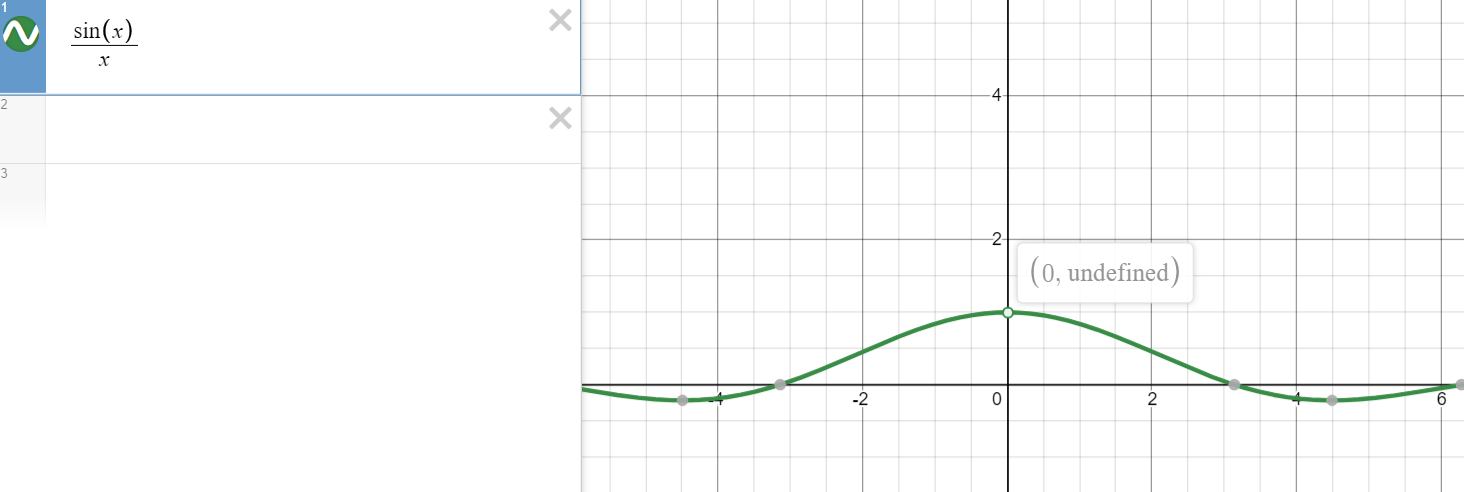
Опр

*Если определена в и в самой и существует , то говорят, что непрерывна в точке*

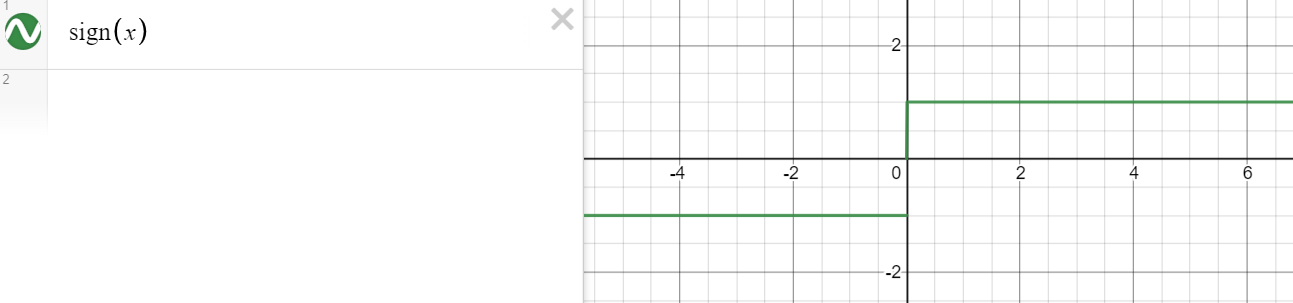


* **Условия нарушения непрерывности**

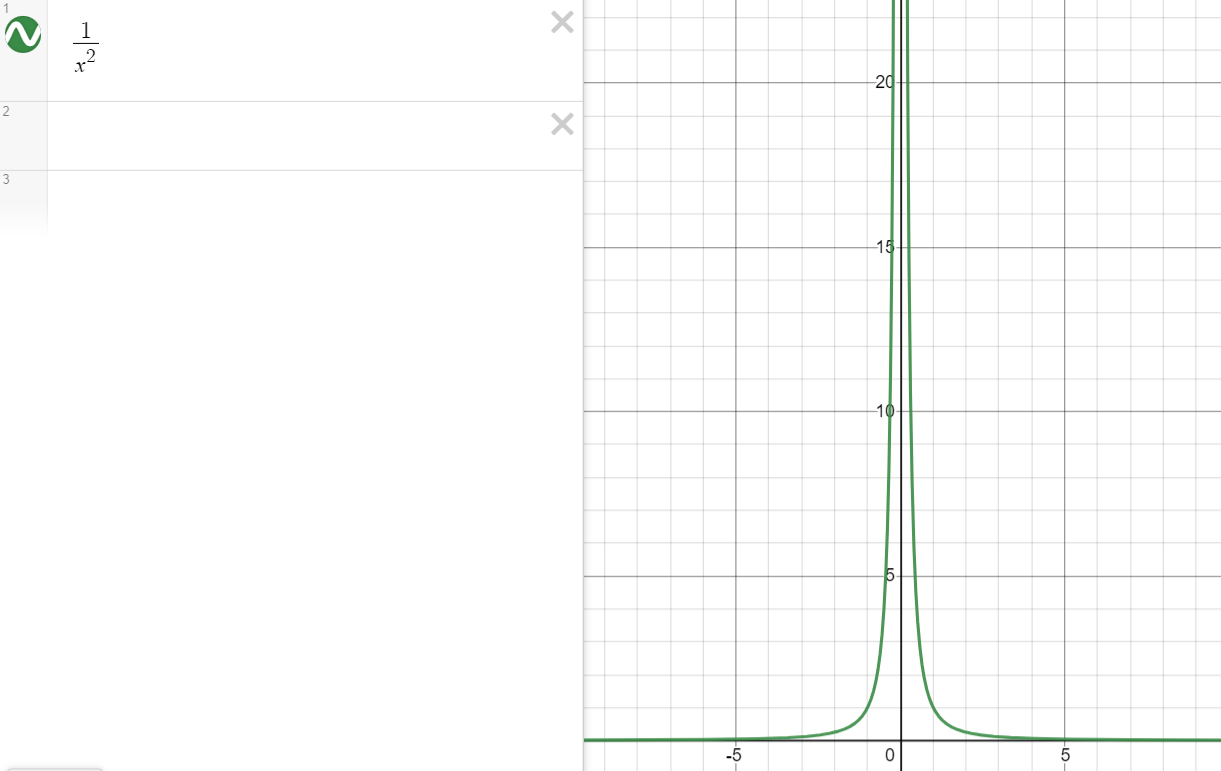
1. *Значение функции в предельной точке численно не равно значению предела или функция не определена в предельной точке (устранимый разрыв)*



1. *Существуют конечные левосторонний и правосторонний пределы, но они численно не равны (разрыв первого рода или скачок)*



1. *Хотя бы один односторонний предел равен бесконечности или его не существует*



1. **Примеры функций, имеющие различные разрывы**

Все примеры уже приведены выше, в пункте 5

**Производная**

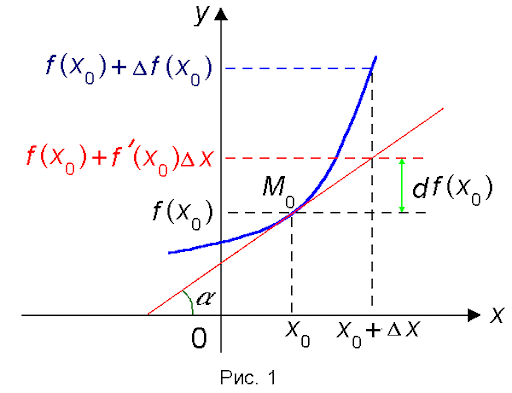
1. **Сформулировать определения и проиллюстрировать геометрические смыслы**

* **Дифференцируемой в точке функции**

Опр

*Если в у функции существует дифференциал, то она называется дифференцируемой в точке*

Дифференцируемость функции в точке говорит о том, что к данной точке можно провести касательную, причем ее угловой коэффициент (тангенс угла наклона касательной) конечен. На рисунке касательная к точке изображена в виде красной прямой.



* **Первого дифференциала**

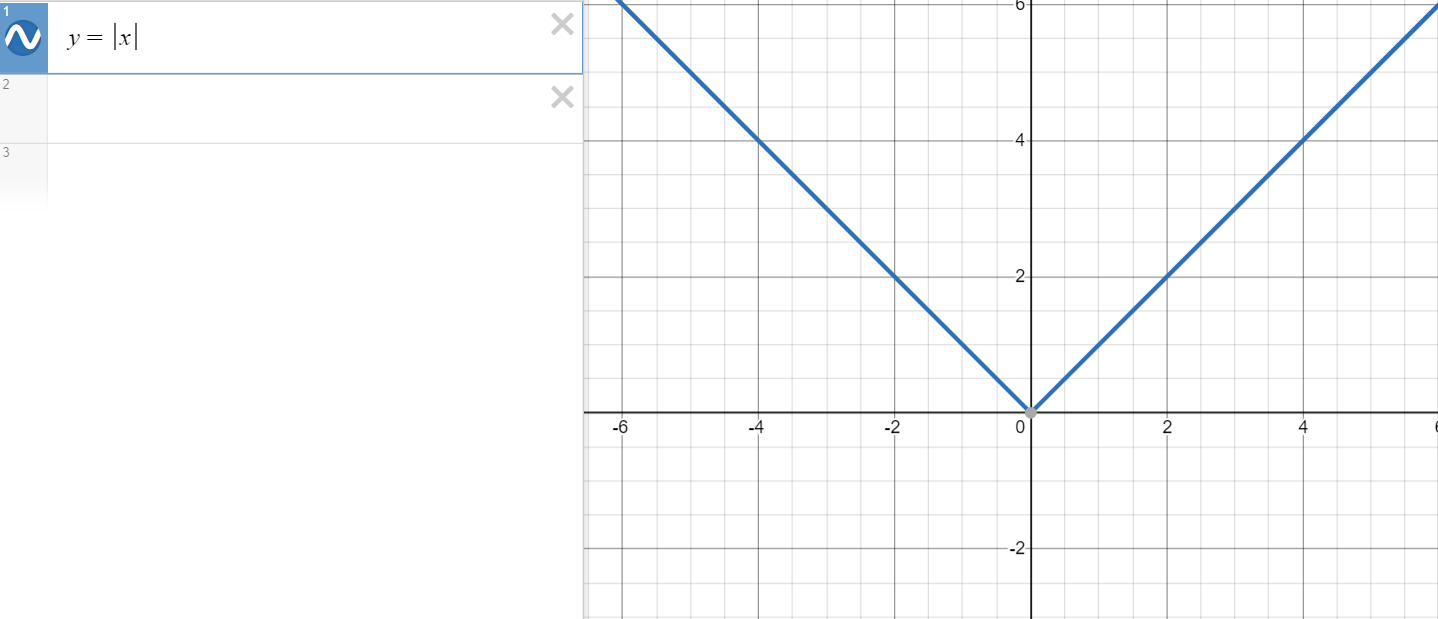
Опр

*Первым дифференциалом называется произведение конечной производной функции на дифференциал аргумента.*

Дифференциал равен приращению ординаты касательной к графику в точке , после того как получит приращение. На том же изображении изображен в виде зеленого отрезка.

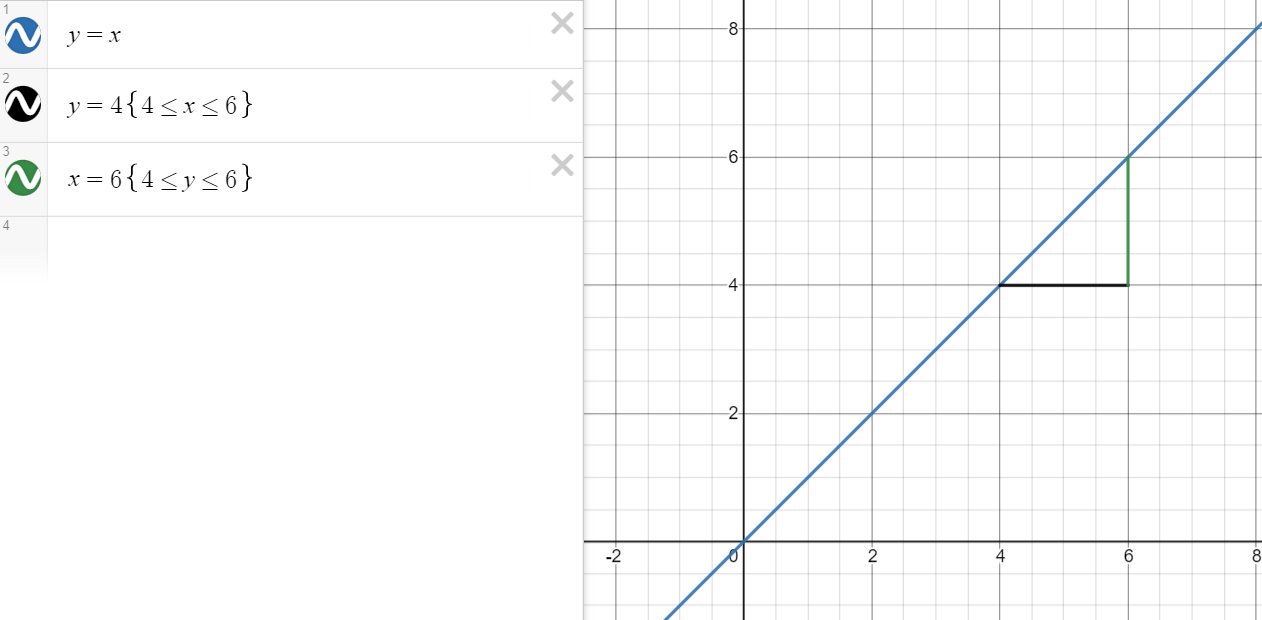
1. **Привести примеры**

* **Непрерывной, но не дифференцируемой в точке функции**



* **Функции, дифференциал которой равен приращению**

Угол наклона касательной = => “катеты” будут равны, следовательно и приращение будет равно дифференциалу



1. **Записать соответствующие правила дифференцирования функции, если она является:**

* **Сложной функцией**

*Пусть даны функции, определенные в окрестностях на числовой прямой. Пусть эти функции дифференцируемы в точке . Тогда композиция этих функций также дифференцируема в точке и имеет вид:*

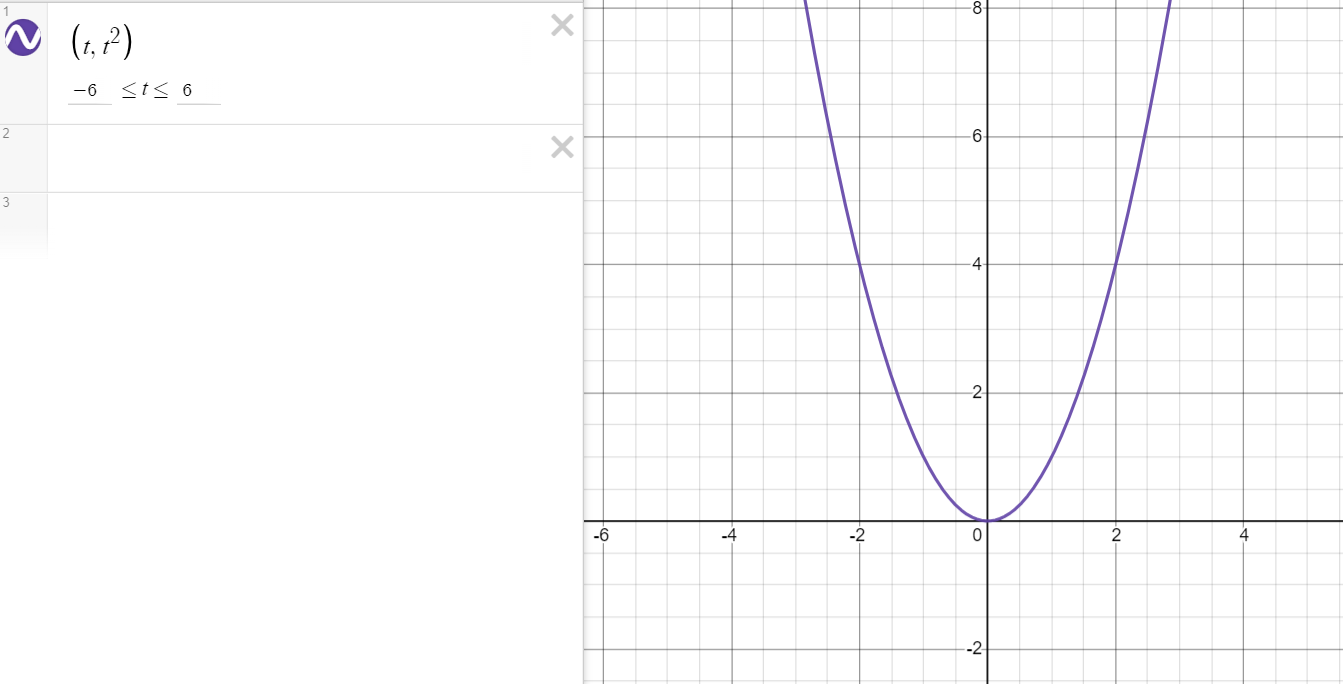
* **Обратной для некоторой функции**

*Для дифференцируемой функции с производной, отличной от нуля, производная обратной функции равна обратной величине производной данной функции*

* **Параметрически заданной функцией**

1. **Решить задачу**

* **Записать параметрическое уравнение параболы и нарисовать ее график**



* **Выбрать любую точку параболы**
* **Найти уравнение касательной к параболе в этой точке**

